

## 5. Feszültségi állapot a felület alatt

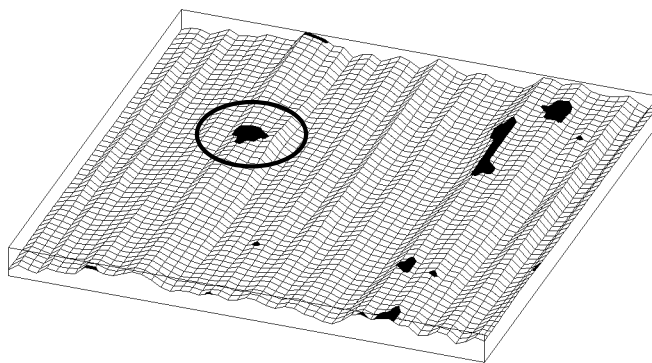
A 4. fejezetben bemutatott érintkezési algoritmus az érintkező testekben kialakuló feszültségi állapotról az érintkezési nyomáeloszlás előállításával csak korlátozott információt ad, a közelítő rugalmas-képlékeny megoldás pedig a maximális nyomás határértéke tekintetében feltételezésre szorítkozik. Jelen fejezet első részében nem-lineáris végeselemes technika alkalmazásával e közelítés elfogadhatóságát igazolom.

A fejezet második részében, a közelítő rugalmas-képlékeny érintkezési algoritmus által meghatározott érdes felületek érintkezési állapotához tartozóan, a felület alatti feszültségi állapotot elemzem egy tetszőlegesen kiragadott érintkezési tartomány környezetében, a felület alatti feszültségi folyamatoknak nem-lineáris végeselemes technika segítségével történő feltárásán keresztül.

### 5.1. A képlékeny határnyomás-feltétel érvényességének vizsgálata

A 4. fejezetben bemutatott közelítő rugalmas-képlékeny érintkezési algoritmus a maximális érintkezési nyomás értékére, mint egyfajta "képlékenységi feltételre", az alacsonyabb folyáshatárú anyag folyáshatárának háromszorosát engedi meg normál érintkezésnél fellépni, míg járulékos tangenciális erőrendszer esetén ez az érték kismértékben csökken. Ez az állapot az idézett irodalom [8] szerint az érdeségi csúcsok méretéhez képest nagyméretű koncentrált érintkezés esetén, a kiterjedt képlékeny alakváltozás tartományában alakul ki. Az alábbi vizsgálattal arra kívánok választ adni, hogy ez a folyamat az érdeségi csúcsok kis környezetében miként zajlik.

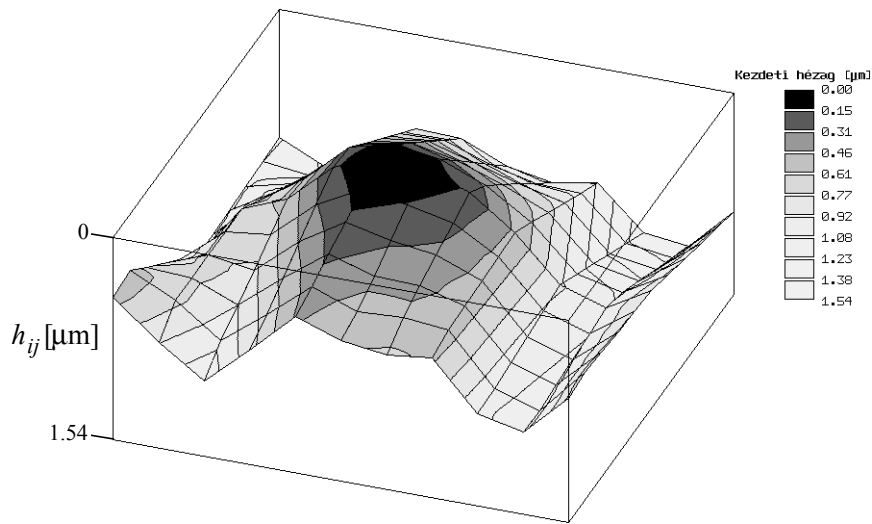
Érdes felületek csúszóérintkezésére a 4.3. pontban bemutatott eredmények közül tetszőlegesen emeljünk ki egy átlagos területű érintkezési tartományt. Az így kiválasztott környezetet a 4.13d ábra alapján az 5.1. ábrán bekarikázva tüntettük fel.



5.1. ábra. A 4.13d ábra a kiválasztott érintkezési tartománnyal

A kijelölt érintkezési tartomány 10 db,  $2\ \mu\text{m} \times 2\ \mu\text{m}$  területű cellából áll. Súrlódásmentes esetet feltételezve a számított nyomás valamennyi pontban eléri a  $p^* = 450\ \text{MPa}$  képlékeny határnyomást, így összesen  $F = 0.018\ \text{N}$  erő adódik át rajta.

Mivel az érintkezési algoritmus az érintkező testek geometriai adataiból csupán a kezdeti hézagot használja fel, ezért általánosságban elmondhatjuk, hogy két érdes felület érintkezésére számított eredmények azonosak egy érdes felület és egy ideális sík érintkezési viszonyaival, ha az érdes felület magassági adatai az előző két érdes felület koordináta-összegeivel (a kezdeti pontszerű érintkezési állapothoz kötött koordináta-rendszerben) egyeznek meg. Az 5.2. ábrán látható a kiragadott környezet kezdeti hézaga. Tekintsük úgy ezt a hézagot, mint ami egy valóságos érdeségi csúcsához tartozik, és helyettesítsük egy félgömbbel a 3.4. pontban bemutatott eljárás szerint. Az így számított helyettesítő félgömb sugara  $R = 24.8\ \mu\text{m}$ .



5.2. ábra. A kezdeti  $h_{ij}$  hézag a kiragadott környezetben ( $20\ \mu\text{m} \times 20\ \mu\text{m}$ , 5:1)

A fent megállapított adatokból kiindulva egy átlagos érdességi csúcsot helyettesítő félgömb sugara legyen  $R=25\ \mu\text{m}$ , terhelése pedig  $F=0.01\ \text{N}$ . Vizsgáljuk meg, hogy ilyen adatokkal miként alakul a terhelésátadás, ha a félgömböt egy acéltest érdességi csúcsának feltételezzük, és azt egy ideális síkkal határolt bronztesttel normál irányban összenyomjuk. A feladatot összefoglalva az alábbi adatokkal jellemezhetjük:

- az érdességi csúcs sugara:  $R=25\ \mu\text{m}$ ,
- terhelés (*koncentrált erő*):  $F=0.01\ \text{N}$ ,
- az anyagjellemzők a 4.3. pontban ismertetett értékek.

Annak érdekében, hogy az érintkezési algoritmusban a képlékeny határnyomásra felírt feltétel érvényességét igazolhassuk, végezzünk végeselemes összehasonlító számítást a fenti probléma megoldására. A végeselemes módszer a nem-lineáris iteratív megoldás során a terhelést fokozatosan a maximális értékre növelve nyomon követi a rugalmas-képlékeny alakváltozást, amire a numerikus érintkezési algoritmus nem képes.

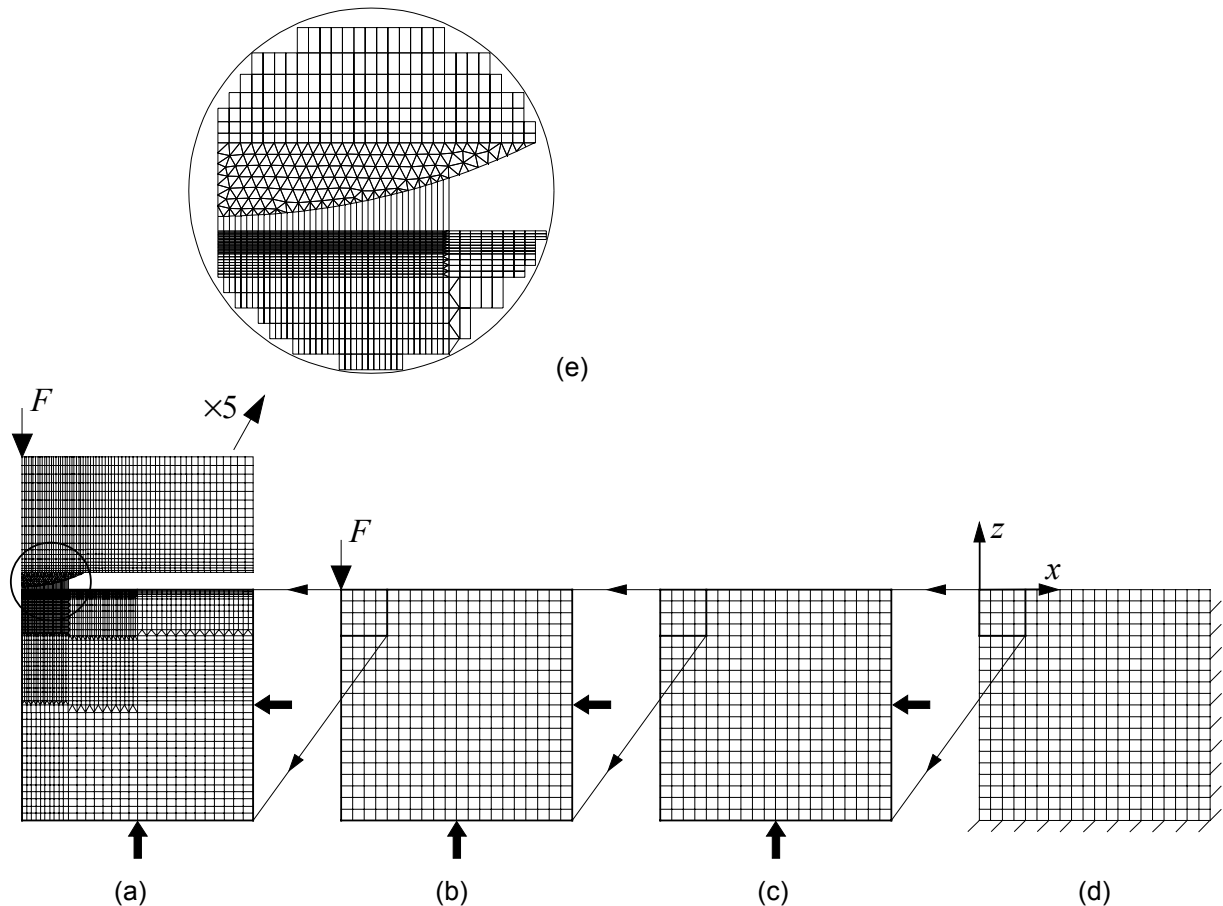
Az 5.3a ábrán látható végeselemes háló alul az ideális síkot, felül pedig a síkba ágyazott érdességi csúcsot modellezi. A félgömbbel történt helyettesítés azért előnyös, mert így 2D-s tengelyszimmetrikus végeselemes megoldás alkalmazható. A nem-lineáris végeselemes számítások több nagyságrenddel nagyobb időt igényelhetnek, mint a lineárisan rugalmas statikai vizsgálatok. A különbség az elem- és csomópontszám növelésével ugrásszerűen emelkedik, és ez a 3D-s modellek esetén még fokozottabban igaz. Jelen esetben a 2D-s modell jelentősége abban áll, hogy a nem-lineáris számításhoz, az elemszám szempontjából, a mai technikai lehetőségekhez mérten még hatékonyan kezelhető háló építhető, amellet a képlékeny tartomány környezetében a kellően sűrű felosztás is biztosítható. Így tehát a 3D-s közelítő rugalmas-képlékeny érintkezési algoritmus eredményeit a feladat célzott kiválasztásával 2D-s tengelyszimmetrikus végeselemes modell szerinti eredményekkel tudjuk összehasonlítani.

A végeselemes háló három és négy csomópontos lineáris tengelyszimmetrikus elemekből épül fel. Az 5.3e ábrán látható kinagyított részletnek megfelelően az érdességi csúcsot kontaktelemelek kötik össze a síkkal. A kontaktelemelek a terhelés nagyságától függően lépnek érintkezésbe. A modell alsó részén, a már korábban ismertetett elmozdulás-illesztési technika szerint (4.1.2.2. pont), a beágyazó felsík-modellek előírt elmozdulásai működnek. Az előírt elmozdulások, az  $F=0.01\ \text{N}$  terhelőerőhöz tartozóan, lineárisan rugalmas statikai számítással kerültek meghatározásra. Ez a közelítés feltételezi, hogy az érintkezési tartománytól távol a

rugalmas és a rugalmas-képlékeny számítás elmozdulásmezői elhanyagolható mértékben térnek el egymástól. A modell felső részén működik a terhelés, az 5.3a ábrán nyíllal jelölt irányban és helyen. Az egyes modellek adatait az 5.1. táblázat foglalja össze.

A számítások vége-selemes megvalósítása erővezérelt Newton-Rapson iterációval, a terheléslépcsők automatikus megválasztásával történt.

Az érintkezési algoritmusban felhasznált félgömb és sík diszkretizációja a felületek mindkét koordinátáiránya mentén megegyezik az (a) vége-selemes modellével:  $2A=2B=0.2 \mu\text{m}$ .



5.3. ábra. A tengelyszimmetrikus féltér-modellek (b, c és d), a félgömbbel helyettesített érdességi csúcs és a féltér érintkezése (a) és annak kinagyított részlete (e) (// - valamennyi szabadságfok megfogott, ← - az előző modellről a felület mentén illesztett elmozdulásmező)

modell	modellméret [ $\mu\text{m}$ ]	elemméret [ $\mu\text{m}$ ]
(a)	40×40	0.2×0.05*
(b)	200×200	10×10
(c)	1000×1000	50×50
(d)	5000×5000	250×250

5.1. táblázat. Az egymásba ágyazott vége-selemes féltér-modellek adatai (\* az érintkezési tartomány mentén, a féltér felületi környezetében)

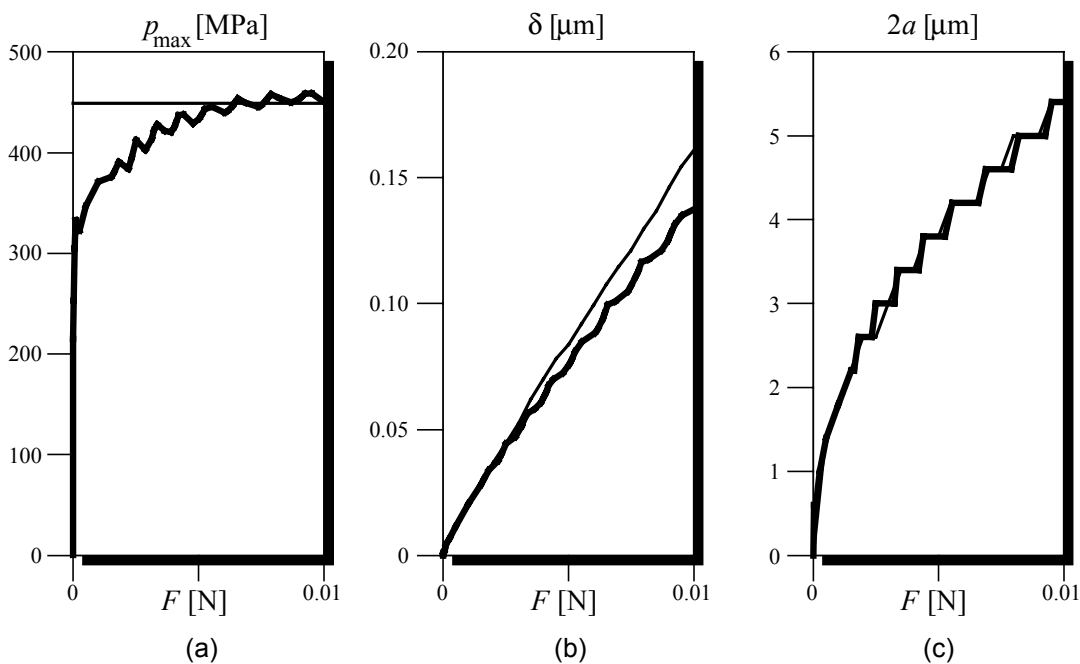
Az e fejezetben megjelenő, nem-lineáris statikai vizsgálatok a COSMOS/M végeleemes rendszerrel [81] készültek, lineárisan rugalmas-ideálisan képlékeny anyagtörvényt feltételezve, és a Mises-féle folyási feltételt alkalmazva.

A végeleemes modell és az érintkezési algoritmus által számított érintkezési jellemzők értékeit, a terhelés függvényében, az 5.4. ábra mutatja be.

Az érintkezési nyomás maximuma a végeleemes modell szerint a terhelés növekedésével kezdetben gyorsan emelkedik, és hamar eléri a  $p^*$  képlékeny határnyomáshoz közeli értékeket (5.4a ábra). A nyomás kb.  $F=0.002$  N-nál már megközelíti a  $p_{\max}=400$  MPa-t, ami a  $R_{eH}=150$  MPa-os folyáshatárhoz viszonyítva több mint 2.5-szeres szorzót jelent. Ezt követően a közelítő rugalmas-képlékeny érintkezési algoritmusban feltételezett képlékeny határnyomás környezetében mozog, 2-3%-os eltéréssel. Az oszcilláció oka, hogy a kontaktelemekek a diszkretizáció miatt nem mindig esnek egybe az elvileg folytonosan kiterjedő érintkezési tartomány szélével.

Az 5.4b ábra mutatja be a merevtest-szerű elmozdulások görbéit. A végeleemes számítás kb. 10-15%-kal marad alatta az érintkezési algoritmus eredményeinek. A különbséget az érdességi csúcsot hordozó felső modellrésznek egy féltér mélységéhez viszonyított nem elegendően nagy mérete okozza. A "hiányzó" elmozdulást akkor kapnánk meg, ha az alsó részen az elmozdulás-illesztési technika révén modellezett anyagmennyiséget felül is érvényesíteni tudnánk. Ez technikailag csak további elemek beépítésével lehetséges, mert az elmozdulás-illesztés alkalmazása a felső modellrészben ellentmond az aktív erő működtetésének.

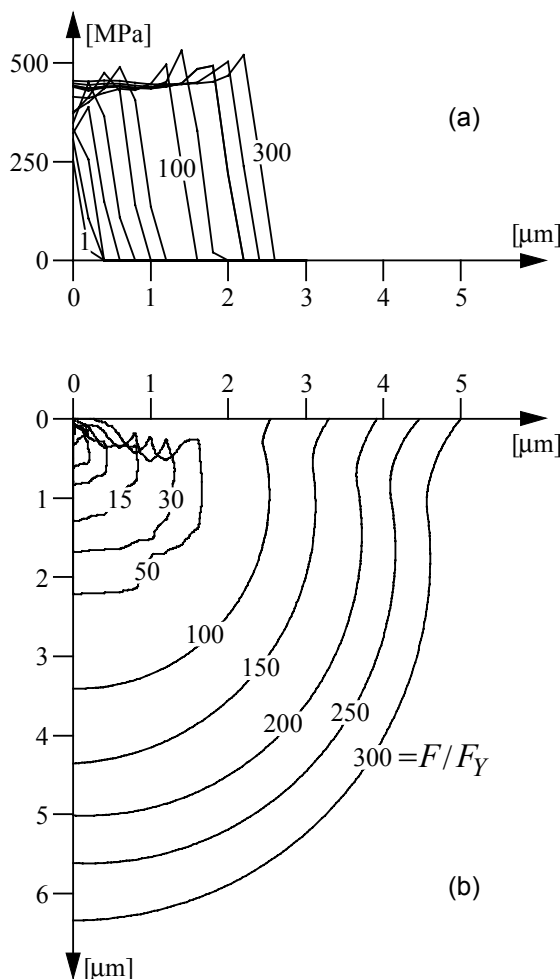
Az érintkezési tartományok átmérőinek változása látható az 5.4c ábrán. A két módszerrel számított értékek kevés kivételtől eltekintve minden terhelésszinten azonosak. Ennek oka a számítások megbízhatóságán kívül, hogy a végeleemes modell és az érintkezési algoritmus felosztása megegyezik, ezért csak azonos diszkrét értékeket vehetnek fel a tartományok  $2a$  átmérői. Ez eredményezi a görbék lépcsős jellegét is, mert a  $2a$  értékei csak  $2 \times (2A) = 0.4 \mu\text{m}$ -es ugrásokkal növekedhetnek.



5.4. ábra. Érintkezési jellemzők a terhelés függvényében  
 ( ——— - közelítő rugalmas-képlékeny érintkezési algoritmus,  
 ——— - végeleemes modell)

A nyomáseloszlásokat és a képlékeny tartományok kontúrjait mutatja be az 5.5. ábra. Az egyes görbéket azzal az  $F/F_Y$  hányadossal azonosítjuk, amelyet a görbékhez tartozó tényleges terheléssel ( $F$ ) és az első képlékeny pont megjelenésekor működő erővel ( $F_Y$ ) képzünk. Az  $F_Y$  értéke jelen esetben 0.0003 N, azaz 0.3 mN. A számítás során a szerkezet képlékeny túlterhelése meghaladja a 300-szoros értéket, ha az  $F=0.01$  N-t tekintjük terhelésnek.

A nyomáseloszlások (5.5a ábra) az 5.4a ábrán összegzett eredményekkel azonos jelleget mutatnak. A maximális nyomás értéke és az érintkezési tartomány kiterjedése a terhelés kezdeti szakaszában nő. A folyáshatár háromszorosát elérve a nyomás emelkedése megáll, és csak a tartomány mérete növekszik a továbbiakban. Ez összhangban van az 5.4a és 5.4c ábrákon megfigyelhető viselkedéssel. A nyomásgörbék a nagyobb terhelésszinteken az érintkezési tartomány közepéből kiindulva közel állandó értéken maradnak, és csak a tartomány szélének kis környezetében nőnek meg kb. 10%-kal. Ezt a kismértékű növekedést - az 5.4a ábrán bemutatott eredményekkel összhangban - az okozza, hogy a kontaktelemek a diszkretizáció miatt nem mindig esnek egybe az elvileg folytonosan kiterjedő érintkezési tartomány szélével.



5.5. ábra. A tengelyszimmetrikus érintkezési nyomáseloszlások (a) és a felület alatti képlékeny tartományok kontúrjai (b) a bronztestben ( $F/F_Y=1, 2, 4, 8, 15, 30, 50, 100, 150, 200, 250, 300$ )

Az egyes nyomásgörbékhez az 5.5b ábrán azonosíthatjuk a képlékeny tartományok kontúrjait. Az első képlékeny pont az érintkezési tartomány közepén, a felület alatt kb. 0.15  $\mu\text{m}$ -rel jelenik meg. A terhelés emelkedésével kiterjedése növekszik, és a felszín felé

közeledik. A felületet elérve mérete tovább nő mind a testben, mind pedig a felület mentén. Nagyobb terhelésszinteken a képlékeny tartomány átmérője a felületen kb. 1.5-2-szer meghaladja a tényleges érintkezési tartomány átmérőjét.

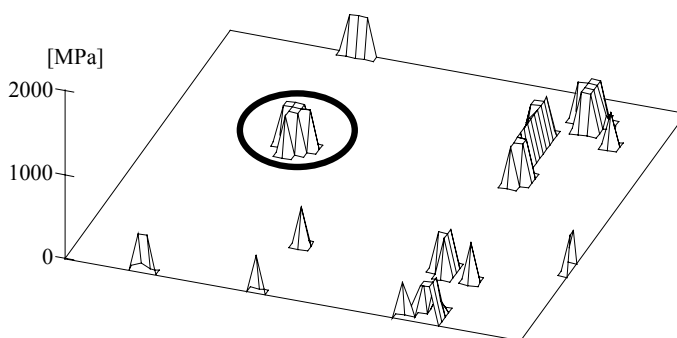
*Az eredményeket összefoglalva (5.4. ábra) elmondhatjuk, hogy a közelítő rugalmas-képlékeny érintkezési algoritmusban a felületi nyomás felső határára előírt feltételt, a nagy képlékeny alakváltozás tartományában, a végeselemes modell igazolta. A maximális felületi nyomás, a szakirodalomban a koncentrált érintkezésre vonatkozó megállapítással megegyezően, érdességi csúcsok környezetének érintkezésekor sem lépi túl az alacsonyabb folyáshatárú anyag folyáshatárának háromszorosát.*

*A végeselemes számítás a modellezett esetben, átlagosnak tekinthető terhelési és geometriai paraméterekre, jelentős képlékeny túlterhelést mutatott ki. Ennek megfelelően érdes felületek csúszóérintkezésekor a terhelést átadó érdességi csúcsok környezetében igen nagy a képlékeny alakváltozás bekövetkezésének a valószínűsége. Tisztán rugalmas érintkezés alacsony átlagnyomásnál és/vagy finom felületi érdességű szerkezeti elemek között jöhet csak létre.*

## 5.2. Az érdességi csúcsok környezetének feszültségi állapota

Az érintkezési algoritmus az érintkező testek feszültségi állapotának feltárása szempontjából csak egy feszültségkomponenst, a felületre merőleges nyomófeszültséget képes az érintkezési nyomáeloszlás formájában előállítani. A testeken belüli alakváltozási és feszültségi viszonyok további megismerése érdekében arra a kérdésre keressük választ, hogy a nyomás - mint külső terhelés - hatására milyen feszültségi és alakváltozási állapot jön létre a felület alatt.

Tekintsük ismét az 5.1. pontban már kiragadott érintkezési tartományt, és végeselem módszer segítségével határozzuk meg a közelítő rugalmas-képlékeny érintkezési algoritmusmal előállított nyomáeloszlás hatására a bronztest e környezetében ébredő feszültségi állapotot. A kiragadott környezet nyomáeloszlását a 4.13d ábra alapján az 5.6. ábrán bekarikázva tüntettük fel.

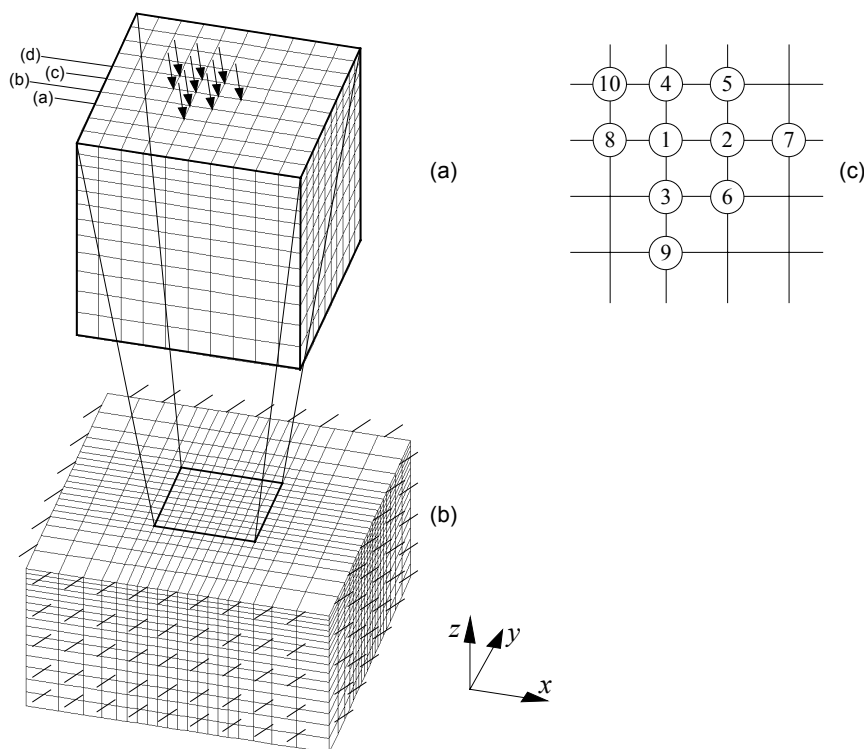


5.6. ábra. A 4.13d ábra a kiválasztott érintkezési tartomány nyomáeloszlásával

Az elkészített végeselemes modellt az 5.7. ábra mutatja. A kiragadott érintkezési tartomány környezetének alábbi vizsgálata feltételezi, hogy az 5.6. ábrán látható többi érintkezési tartománynak erre a környezetre elhanyagolható a hatása.

A végeselemes modellen a terhelés (az érintkezési algoritmus egyes celláin ható nyomásidomokat koncentrált erővé alakítva) a modell felületi csomópontjaiban működik az 5.7a ábrán látható elrendezés szerint. A modell az  $x$  tengely irányában figyelembe veszi a tangenciális irányú erőrendszert ( $\mu=0.25$ ), ezért a normál és tangenciális erőkomponensek eredőit jelképező nyilak a felületre nem merőlegesek. Az 5.7a ábrán látható hálórészlet mérete

20  $\mu\text{m} \times 20 \mu\text{m} \times 20 \mu\text{m}$ . Felosztása 2  $\mu\text{m} \times 2 \mu\text{m}$ , az érintkezési algoritmusnál használt diszkrétizációval megegyező. Ez a részlet a modell bemutatása és az eredmények későbbi szemléletesebb megjelenítése érdekében, az érintkezési tartomány közvetlen környezetét nagyítja ki. Az 5.7b ábrán látható a teljes végeleemes háló, melynek mérete 60  $\mu\text{m} \times 60 \mu\text{m} \times 32 \mu\text{m}$ . A nagyobb befoglaló méret a rugalmas beágyazást biztosítja. A modell 7497 db csomópontból és 6400 db lineáris téglaelemből épül fel, és 18411 szabadságfokkal rendelkezik. A peremfeltétel az oldallapokon és a fenéklapon valamennyi koordinátairány mentén megfogást ír elő. Az anyagjellemzők a 4.3. pontban ismertetett értékek.



5.7. ábra. A vizsgált érintkezési tartomány teljes végeleemes modellje (b) és annak kinagyított részlete a terheléssel és az 5.9. ábrán látható metszetek jelölésével (a), valamint a pontok magasság szerinti érintkezésbe lépési sorrendjének  $i$  indexei (c)  
 ( ) - valamennyi szabadságfok megfogott

A nem-lineáris végeleemes technika az összterhelésnek a kívánt szintig lépcsőnként történő fokozatos emelésével követi nyomon a feszültségi és alakváltozási állapotot, amely emiatt függ a terhelés "történetétől". A terhelés megadása során ennek megfelelően kell eljárunk, és az érintkezési feladat sajátosságait figyelembe véve szükséges a terheléslépcsőket előírunk. Az érintkezési algoritmussal nyert eredményeknek megfelelően az összterhelés  $F=0.0174 \text{ N}$ , normál irányban. A kiválasztott tartomány 10 db terhelt cellából áll. Mivel a nyomás mindegyiken eléri a  $p^{**}=435 \text{ MPa}$ -t, ezért valamennyi csomópontban az összterhelés 1/10-ét,  $F_1=F/10=0.00174 \text{ N}$ -t kell működtetnünk.

A rugalmas-képlékeny érintkezési tartomány kialakulásának folyamatát az alábbi megfontolások alapján közelítsük.

Gondolatban a helyettesítő érdességi csúcsot nyomjuk össze egy síkkal az adott terhelésszint eléréséig. Kezdetben csak a legmagasabb pont érintkezik. Tételezzük fel, hogy a további pontok a magasságuknak megfelelő csökkenő sorrendben lépnek ezt követően érintkezésbe, továbbá valamennyi pont addigra éri el a  $p^{**}$  képlékeny határnyomást, amikor a következő pont belép. Ez a szemlélet megfelel az 5.1. pontban már igazolt jelenségnek, miszerint a képlékeny határnyomást elérve az érintkező felületek között a nyomás tovább már

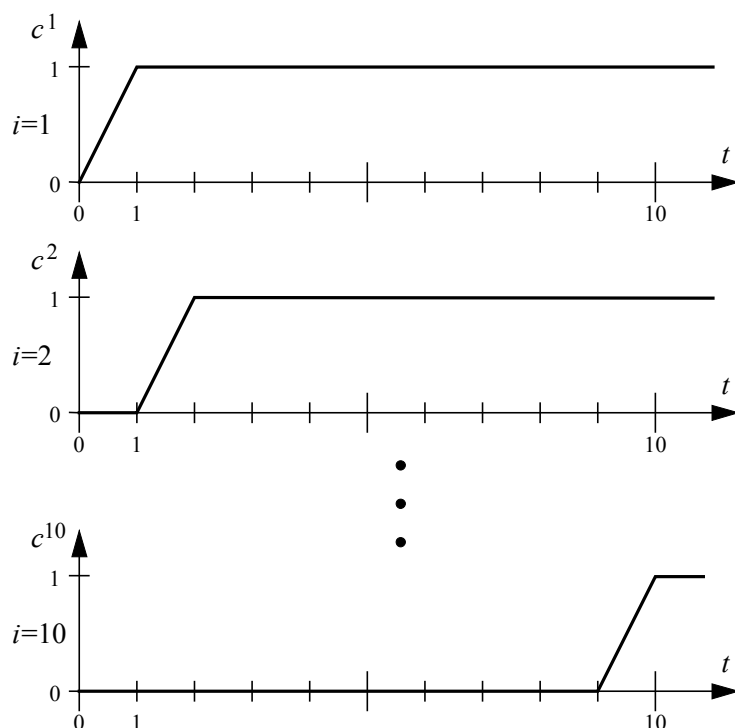
nem nő, hanem a növekvő terhelés az érintkezési tartomány arányos kiterjedésével, vagyis újabb pontok érintkezésbe lépésével adódik át.

A fenti megfontolások alapján az  $i$ -edik pontban ( $i=1,\dots,10$ ) működő  $F^i(t)$  terhelést a  $t$  ( $0 \leq t \leq 10$ ) terheléslépcső függvényében a  $c^i(t)$  együttható-függvény segítségével (5.8. ábra) az alábbiak szerint adhatjuk meg:

$$F^i(t) = F_1 c^i(t) , \quad (5.1)$$

ahol a  $c^i(t)$  függvény értéke 0 és 1 között változik. Az  $i=1$  index a legmagasabb (legkisebb hézagú), az  $i=10$  pedig a legalacsonyabb (legnagyobb hézagú) érintkező ponthoz tartozik (5.7c ábra). A  $t$  időpillanathoz tartozó  $F$  összterhelésre az alábbi összefüggés érvényes:

$$F(t) = F_1 \sum_{i=1}^{10} c^i(t) . \quad (5.2)$$



5.8. ábra. Az egyes csomópontokban működő erők együtthatói a terheléslépcső függvényében

A végeselemes megoldás során a  $t=0$  terhelésszintből jutunk el az  $F=0.0174$  N összterhelésnek megfelelő  $t=10$  terheléslépcsőig. A számítás erővezérelt Newton-Rapson iterációval, a terheléslépcsők automatikus megválasztásával történt. A feladat megoldása közel négy teljes napot vett igénybe egy 333 MHz-es Pentium II processzorú PC számítógépen.

Az eredményeket az 5.9. ábrán látható metszetek mutatják. Az egyes metszetek a felület alatti Mises-féle egyenértékű feszültségeloszlás változását szemléltetik. A fekete tartományok a legmagasabb feszültségshoz közeli anyagrészt jelölik. A teljes terhelés hatására ez az anyag rész döntően képlékenyen alakváltozott. A tartományok kontúrja (5.9c. ábra) a felületen működő aktív erők hatásvonalához hasonlóan kissé elfordult, jelezve a tangenciális irányú erőrendszer jelenlétét.

